

L'emploi des calculatrices est autorisé.

La présentation, la rédaction et l'orthographe seront évaluées sur 4 points.

Les exercices seront traités sur les copies mises à disposition.

Durée de l'épreuve : 2 heures

Le sujet comporte 4 pages dont une feuille annexe à rendre avec votre copie.

ACTIVITES NUMERIQUES - 12 POINTS

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chacune des cinq questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

1	Quelle est la forme développée de l'expression $(2x + 1)^2 - 1$	$2x^2 + 4x$	$4x^2 + 4x$	$4x^2$
2	L'expression $\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$ est égale à :	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
3	Voici une série statistique : 7 ; 9 ; 8 ; 10 ; 11 ; 8 ; 9 ; 11 ; 11 ; 12 ; 7 ; 10 La médiane de cette série est :	8,5	9,5	11
4	L'écriture scientifique de $5,34 \times 10^{-10} \times 25 \times 10^3$ est égale à :	$133,5 \times 10^{-7}$	$1,335 \times 10^{-9}$	$1,335 \times 10^{-5}$
5	Un objet coûtant 120,00 € augmente de 5%. Son nouveau prix est :	6,00 €	126,00 €	125,00 €

Exercice 2

On considère le programme de calcul suivant :

- Déterminer le résultat obtenu lorsque le nombre choisi au départ est 2.
- Déterminer le résultat obtenu lorsque le nombre choisi au départ est -3.
- On note x le nombre choisi au départ.
 - Exprimer, en fonction de x , le nombre obtenu à la fin du programme.
 - Développer l'expression obtenue.
 - En factorisant l'expression du b), prouver que le résultat du programme est un carré.

- Choisir un nombre
- Lui retrancher 6
- Multiplier la différence obtenue par le nombre de départ
- Ajouter 9 au résultat précédent

Exercice 3

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 as, 4 dames, 4 rois, 4 valets, 4 dix, 4 neuf, 4 huit et 4 sept.

Il y a aussi 4 couleurs : pique, cœur, carreau et trèfle. Une figure est un roi ou une dame ou un valet.

On tire au hasard une carte dans un jeu non truqué de 32 cartes.

- Quelle est la probabilité de l'événement A : « on tire un roi de cœur » ?
- Quelle est la probabilité de l'événement B : « on tire un valet » ?
- Quelle est la probabilité de l'événement C : « on ne tire pas un as » ?
- Quelle est la probabilité de l'événement D : « on tire une figure » ?

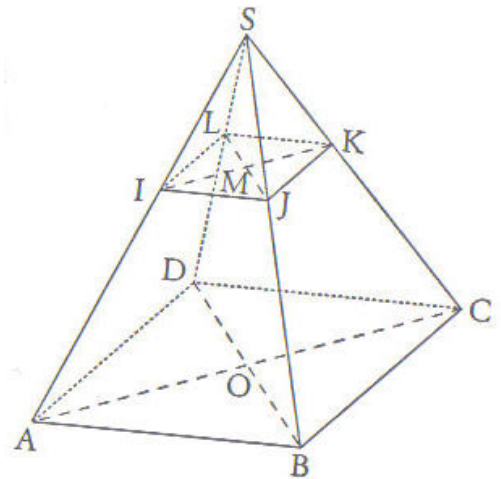
ACTIVITES GEOMETRIQUES - 12 POINTS

Exercice 1

Un artisan fabrique des boîtes en forme de tronc de pyramide pour un confiseur.

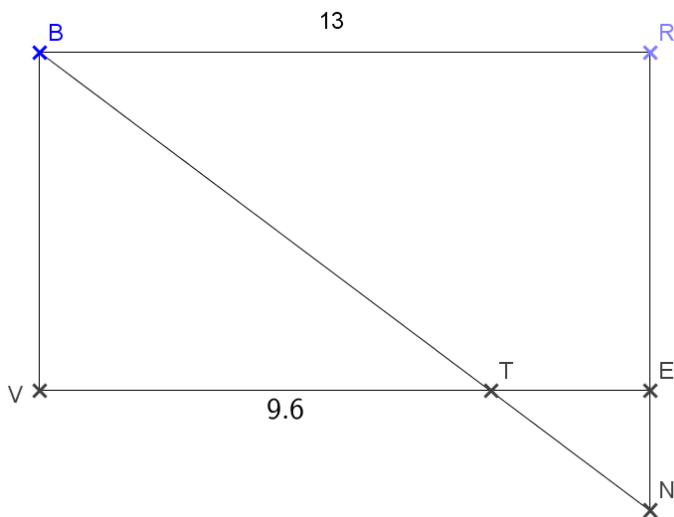
Pour cela, il considère une pyramide régulière $SABCD$ à base carrée, où O est le centre du carré $ABCD$.

On a $AB = 15$ cm et $SO = 18$ cm.



1. Démontrer que le volume V_1 de la pyramide $SABCD$ est $1\,350$ cm³.
2. L'artisan coupe cette pyramide $SABCD$ par un plan parallèle à la base tel que $SM = 3$ cm, où M est le centre de la section $IJKL$ ainsi obtenue. Quelle est la nature de la section $IJKL$?
3. Déterminer le coefficient de réduction transformant la pyramide $SABCD$ en la pyramide $SIJKL$.
4. En déduire que le volume V_2 de la pyramide $SIJKL$ est $6,25$ cm³.
5. Calculer le volume V de la boîte c'est-à-dire du solide $IJKLABCD$.

Exercice 2



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, le quadrilatère $BREV$ est un rectangle avec $BR = 13$ cm et $BV = 7,2$ cm.

Le point T est sur le segment $[VE]$ tel que $VT = 9,6$ cm.

N est le point d'intersection des droites (BT) et (RE) .

1. Démontrer que la longueur TE est égale à $3,4$ cm.
2. Calculer la longueur BT .
3. Calculer la longueur EN .

PROBLEME - 12 POINTS

Ce problème est composé de trois parties indépendantes.

Un vidéoclub de Maths City propose deux tarifs annuels différents pour la location de DVD.

Tarif A : 4,50 € pour la location de chaque DVD.

Tarif B : 45 € en début d'année et 3 € pour la location de chaque DVD.

Première partie :

1. Compléter le tableau sur la *feuille annexe*.
2. Si x désigne le nombre de DVD loués, le prix payé avec le tarif A est donné par $A(x) = 4,50x$ et le prix payé avec le tarif B est donné par $B(x) = 3x + 45$.
Construire, dans le repère de la *feuille annexe*, les représentations graphiques respectives des fonctions A et B.
3. Déterminer, par le calcul, le nombre de DVD pour lequel les deux tarifs sont égaux.
4. A l'aide du graphique, indiquer quel tarif semble être le plus avantageux selon le nombre de DVD loués.

Deuxième partie :

Hier, 20 clients abonnés sont venus au vidéoclub. Le gérant s'est amusé à noter les âges de ces clients dont voici les résultats :

21	33	18	46	21	21	33	46	30	15
15	18	18	46	33	30	21	15	50	50

1. Compléter le tableau de la *feuille annexe* qui représente les âges des 20 clients d'hier.
2. Calculer le pourcentage que représentent les personnes ayant plus de 20 ans.
3. Calculer l'âge moyen des abonnés.

Troisième partie :

Le patron veut se « débarrasser » de ses vieux DVD. Il décide d'en faire des lots pour récompenser en fin d'année ses meilleurs abonnés. Il y a 2 646 films pour enfants et 4 410 films divers à offrir.

Le gérant veut :

- que les lots soient tous identiques (c'est-à-dire le même nombre de films pour enfants et de films divers dans chaque lot) ;
- que tous les films soient utilisés dans les lots.

1. Combien de lots, au maximum, le gérant peut-il faire ? (Expliquer le raisonnement.)
2. Donner alors la composition de chaque lot.

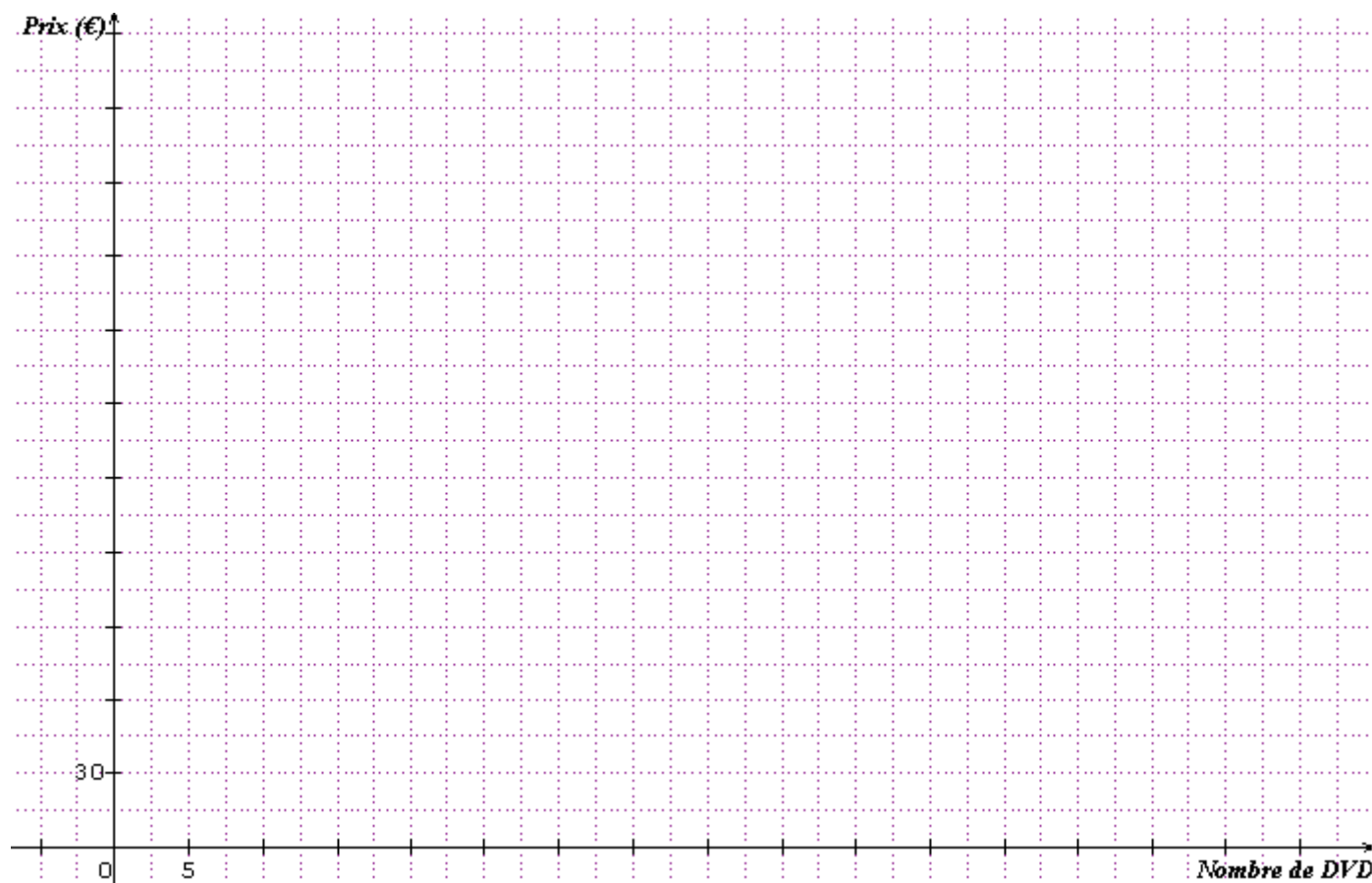
Annexe
(à rendre avec la copie)

Noter ici votre numéro de candidat :

Problème : Première partie ; question 1)

Nombre de DVD loués dans l'année	20	40	80	x
Prix payé avec le tarif A en euros				
Prix payé avec le tarif B en euros				

Problème : Première partie ; question 2)



Problème : Deuxième partie ; question 1)

Age (en années)	15	18	21	30	33	46	50
Effectif							

CORRIGE

Activités numériques

Exercice 1

1. $(2x+1)^2 - 1 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 - 1$
 $(2x+1)^2 - 1 = 4x^2 + 4x + 1 - 1$
 $(2x+1)^2 - 1 = \boxed{4x^2 + 4x}$

2. $\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$

3. On range les valeurs de la série dans l'ordre croissant :
 7 7 8 8 9 9 10 10 11 11 11 12
 Il y a 12 valeurs, donc on fait 2 groupes de 6 valeurs et la médiane est $\boxed{9,5}$.

4. $5,34 \times 10^{-10} \times 25 \times 10^3 = 133,5 \times 10^{-7}$
 $5,34 \times 10^{-10} \times 25 \times 10^3 = \boxed{1,335 \times 10^{-5}}$

5. $120 + 120 \times \frac{5}{100} = 120 + 6 = 126$
 Son nouveau prix est $\boxed{126\text{€}}$.

Exercice 2

- $(2-6) \times 2 + 9 = -4 \times 2 + 9 = -8 + 9 = 1$. Si le nombre choisi est 2, on obtient 1.
- $(-3-6) \times (-3) + 9 = -9 \times (-3) + 9 = 27 + 9 = 36$. Si le nombre choisi est -3, on obtient 36.
- a) Si x est le nombre choisi, le nombre obtenu à la fin du programme est : $\boxed{(x-6) \times x + 9}$
 b) $(x-6) \times x + 9 = \boxed{x^2 - 6x + 9}$
 c) $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x-3)^2$. Donc le résultat du programme est un carré.

Exercice 3

1. Il y a un roi de cœur dans le jeu de 32 cartes.

Donc $P(A) = \frac{1}{32}$

2. Il y a 4 valets dans le jeu de 32 cartes.

Donc $P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

3. Il y a 28 cartes qui ne sont pas des as dans le jeu de 32 cartes.

Donc $P(C) = \frac{28}{32} = \frac{7}{8}$

4. Il y a 12 figures dans le jeu de 32 cartes.

Donc $P(D) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$

Activités géométriques

Exercice 1

1. Volume de la pyramide

$$V_1 = \frac{B \times H}{3}$$

$$V_1 = \frac{AB^2 \times SO}{3}$$

$$V_1 = \frac{15^2 \times 18}{3}$$

$$V_1 = \boxed{1\,350\text{ cm}^3}$$

2. Le plan est parallèle à la base donc la section est une réduction de la base, c'est donc un carré.

3. Le coefficient de réduction

est : $\frac{SM}{SO} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

4. Les volumes sont multipliés par $\left(\frac{1}{6}\right)^3$

Donc $V_2 = V_1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3$

$$V_2 = 1\,350 \times \frac{1}{216}$$

$$V_2 = \boxed{6,25\text{ cm}^3}$$

5. Calcul du volume de la boîte

$$V = V_1 - V_2 = 1\,350 - 6,25$$

Donc $V = \boxed{1\,343,75\text{ cm}^3}$

Exercice 2

1. BREV est un rectangle

donc $BR = VE = 13\text{ cm}$

$T \in [VE]$ donc $TE = VE - VT = 13 - 9,6$

Donc $TE = \boxed{3,4\text{ cm}}$

2. BREV est un rectangle

donc le triangle BVT est rectangle en V.

On y applique le théorème de Pythagore :

$$BT^2 = BV^2 + VT^2$$

$$BT^2 = 7,2^2 + 9,6^2$$

$$BT^2 = 144$$

Donc $BT = \sqrt{144}$ (car $BT > 0$)

$$\boxed{BT = 12\text{ cm}}$$

3. BREV est un rectangle.

Donc ses côtés opposés [BV] et [RE] sont parallèles

Or les points R, E et N sont alignés

Donc (BV) // (EN)

On a (BV) // (EN) et $T \in (VE)$ et $T \in (BN)$,

donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{TB}{TN} = \frac{TV}{TE} = \frac{BV}{EN}$$

$$\frac{12}{TN} = \frac{9,6}{3,4} = \frac{7,2}{EN}$$

$$\frac{9,6}{3,4} = \frac{7,2}{EN} \quad \text{et} \quad EN = \frac{3,4 \times 7,2}{9,6}$$

Donc $EN = \boxed{2,55\text{ cm}}$

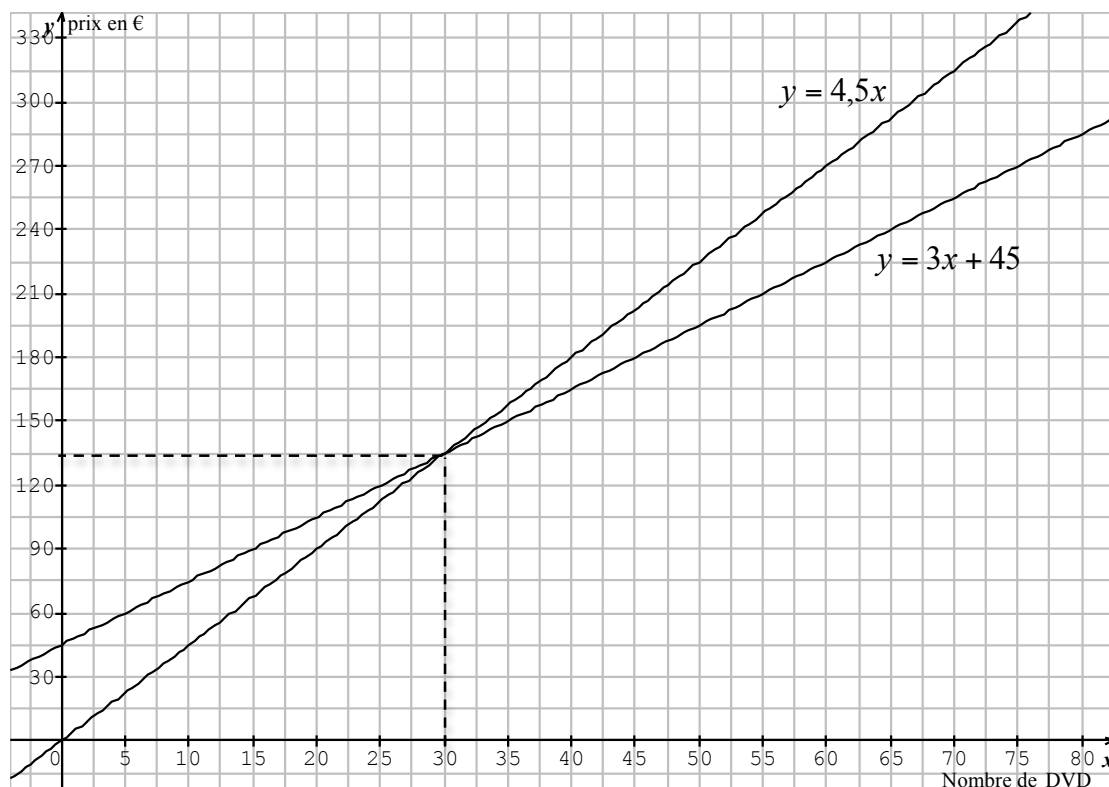
Problème

Première partie :

1. Tableau de la *feuille annexe*.

Nombre de DVD loués dans l'année	20	40	80	x
Prix payé avec le tarif A en euros	90	180	360	$4,5x$
Prix payé avec le tarif B en euros	105	165	285	$45 + 3x$

2. Construction dans le repère de la *feuille annexe*, des représentations graphiques respectives des fonctions A et B.



3. Le nombre x de DVD pour lequel les deux tarifs sont égaux est tel que $A(x) = B(x)$

$$\text{Donc } 4,50x = 3x + 45$$

$$4,50x - 3x = 45$$

$$1,50x = 45$$

$$x = 45 : 1,5$$

$$x = 30$$

Pour 30 Dvd loués les tarifs A et B sont les mêmes

4. A l'aide du graphique, le tarif A qui semble être le plus avantageux que le B quand on loue moins de 30 DVD.

Deuxième partie :

1.

Age (en années)	15	18	21	30	33	46	50
Effectif	3	3	4	2	3	3	2

$$2 \quad \frac{4+2+3+3+2}{20} = \frac{14}{20} = 0,7 = \underline{70\%} \quad \underline{70\% \text{ des clients ont plus de 20 ans}}$$

$$3. \quad \frac{3 \times 15 + 3 \times 18 + 4 \times 21 + 2 \times 30 + 3 \times 33 + 3 \times 46 + 2 \times 50}{20} = \frac{580}{20} = \underline{29} \quad \underline{\text{L'âge moyen des abonnés est 29 ans}}$$

Troisième partie :

1. Le patron veut faire des lots identiques en utilisant toutes les DVD donc le nombre maximum de lots est le PGCD de 2 646 et de 4 410. On utilise l'algorithme d'Euclide pour calculer PGCD (2 646 ; 4 410) :

$$4\ 410 = 1 \times 2\ 646 + 1\ 764$$

$$2\ 646 = 1 \times 1\ 764 + 882$$

$$1\ 764 = 2 \times 882 + 0$$

$$\text{Donc PGCD}(2\ 646 ; 4\ 410) = 882.$$

On pourra donc faire 882 lots.

$$2. \quad \text{Calcul du nombre de films pour enfants : } 2\ 646 : 882 = 3$$

$$\text{Calcul du nombre de films divers : } 4\ 410 : 882 = 5$$

Chaque lot sera composé de 3 films pour enfants et 5 films divers.