Classeur de géométrie
4ème

Pour démontrer que ….

Un point est le milieu d'un segment	Page 2
Un point est sur un cercle	Page 2
Un point est l'image d'un autre par	Page 2
Des distances sont égales	Page 3
Deux angles ont la même mesure	Page 4
Deux droites sont parallèles	Page 5
Deux droites sont perpendiculaires ou un angle est droit	Page 6
Un triangle est isocèle	Page 7
Un triangle est équilatéral	Page 7
Un triangle est rectangle	Page 7
Un quadrilatère est un parallélogramme	Page 8
Un quadrilatère est un rectangle	Page 8
Un quadrilatère est un losange	Page 8
Un quadrilatère est un carré	Page 9
Une droite est une médiatrice	Page 9
Une droite est une bissectrice	Page 9
Une droite est une médiane	Page 9
Une droite est une hauteur	Page 9
Une droite est tangente à un cercle	Page 10
Une droite est remarquable dans un triangle	Page 10

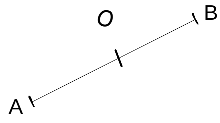
Pour calculer ….

Une distance	Page 10
Un angle	Page 11

Un point est le milieu d'un segment

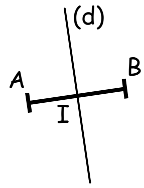
- **Utiliser une symétrie centrale**

Les points A et B sont symétriques
par rapport au point O
donc O est le milieu du segment [AB].



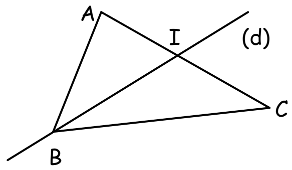
- **Utiliser une médiatrice**

(d) est la médiatrice du segment [AB]
donc (d) coupe [AB] en son milieu I.



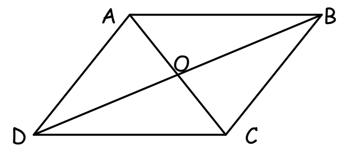
- **Utiliser une médiane**

Dans le triangle ABC, la droite
(d) est la médiane issue de B
donc (d) passe par le milieu I
du côté correspondant [AC].



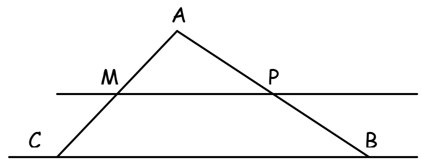
- **Utiliser un parallélogramme**

ABCD est un parallélogramme (ou un rectangle ou un losange ou un carré)
donc ses diagonales
[AC] et [BD] se coupent
en leur milieu O.



- **Appliquer un des théorèmes des milieux**

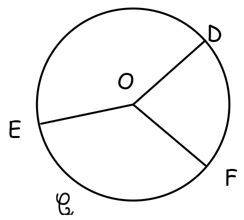
Dans le triangle ABC, la droite (MP) passe par le milieu M du côté [AC] et (MP) est parallèle à un deuxième côté [BC].
Donc (MP) coupe le troisième côté [AB] en son milieu P.



Un point est sur un cercle

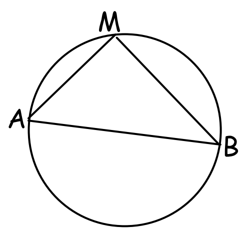
- **Utiliser des distances égales**

OD = OE = OF = 2 cm
donc les points D, E et F sont sur le même
cercle 𝒞 de centre O et de rayon 2 cm.



- **Utiliser un triangle rectangle**

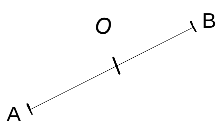
Le triangle ABM est rectangle en M
donc M appartient au cercle de diamètre [AB].
Par conséquent, le cercle circonscrit au triangle ABM est le cercle de diamètre [AB] et a pour centre le milieu du segment [AB].



Un point est l'image d'un autre par

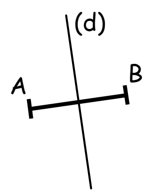
- **Utiliser une symétrie centrale**

O est le milieu du segment [AB]
donc B est le symétrique de A par
rapport au point O.
On peut aussi dire que B est
l'image du point A par la symétrie
de centre O.



- **Utiliser une symétrie axiale**

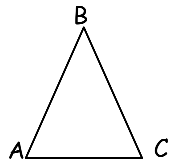
(d) est la médiatrice du segment [AB]
donc B est le symétrique de A par
rapport à (d).
On peut aussi dire que B est l'image
de A par la symétrie d'axe (d).



Des distances sont égales

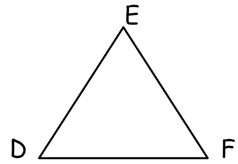
- **Utiliser un triangle isocèle**

ABC est isocèle en B
donc BA=BC.



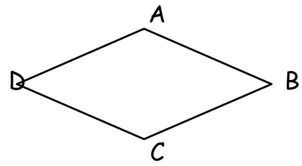
- **Utiliser un triangle équilatéral**

DEF est équilatéral
donc DE=EF=FD.



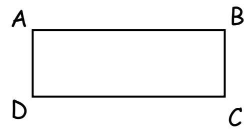
- **Utiliser un losange**

ABCD est un losange (ou un carré)
donc AB=BC=CD=DA.



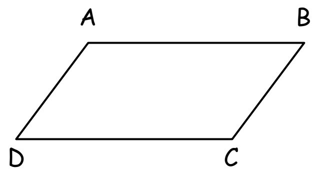
- **Utiliser un rectangle**

ABCD est un rectangle (ou un carré)
donc ses diagonales [AC] et [DB] ont la même longueur.



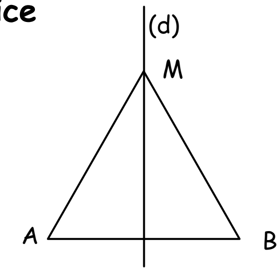
- **Utiliser un parallélogramme**

ABCD est un parallélogramme (ou un rectangle ou un losange ou un carré)
donc ses côtés opposés [AB] et [DC], ainsi que [AD] et [BC], sont de la même longueur.



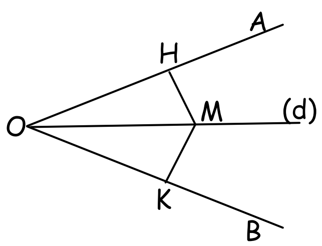
- **Utiliser une médiatrice**

M appartient à la médiatrice (d) du segment [AB]
donc M est équidistant des extrémités A et B de [AB].
Par conséquent MA = MB.



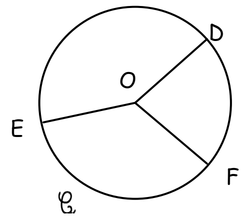
- **Utiliser une bissectrice**

Le point M appartient à la bissectrice (d) de l'angle $\widehat{AOB}$.
Donc M est équidistant des côtés [OA) et [OB) de $\widehat{AOB}$.
Par conséquent MH = MK.



- **Utiliser un cercle**

Les points D, E, F sont sur le cercle $\mathcal{C}$ de centre O
donc les distances OD, OE, OF sont égales au rayon de ce cercle.

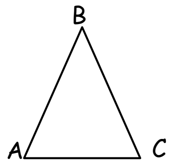


Deux angles ont la même mesure

- **Utiliser un triangle isocèle**

ABC est isocèle en B

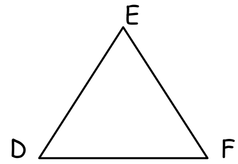
donc $\widehat{BAC}=\widehat{ACB}$



- **Utiliser un triangle équilatéral**

DEF est équilatéral

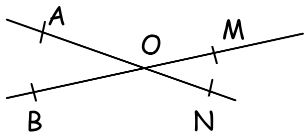
donc $\widehat{DEF}=\widehat{EFD}=\widehat{FDE}=60°$



- **Utiliser des angles opposés par le sommet**

On sait que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MON}$ sont opposés par le sommet

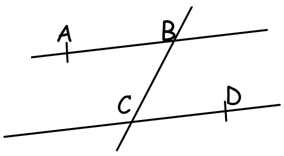
donc $\widehat{AOB} = \widehat{MON}$



- **Utiliser deux droites et une sécante**

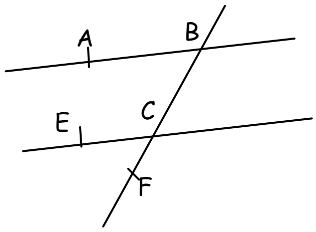
$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont deux angles alternes-internes formés par les deux droites (AB) et (CD) parallèles et la sécante (BC)

donc $\widehat{ABC} = \widehat{BCD}$.



$\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECF}$ sont deux angles correspondants formés par les deux droites (AB) et (EC) parallèles et la sécante (BC)

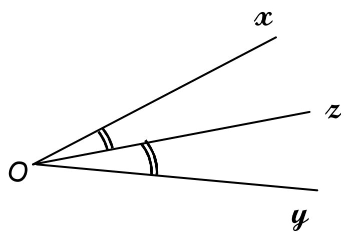
donc $\widehat{ABC} = \widehat{ECF}$.



- **Utiliser une bissectrice**

(Oz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$

donc (Oz) partage $\widehat{xOy}$ en deux angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$ de la même mesure.



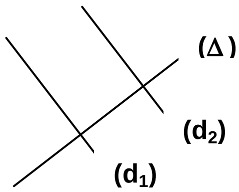
Deux droites sont parallèles

- **Utiliser deux droites perpendiculaires**

$(d_1) \perp (\Delta)$ et $(d_2) \perp (\Delta)$
donc $(d_1) // (d_2)$

Ou :

(d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à la droite (Δ)
donc (d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles.

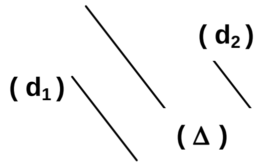


- **Utiliser deux droites parallèles**

$(d_1) // (\Delta)$ et $(d_2) // (\Delta)$
donc $(d_1) // (d_2)$

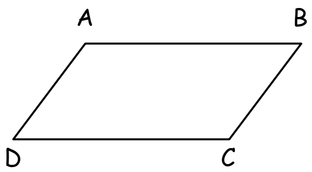
Ou :

(d_1) et (d_2) sont parallèles à la droite (Δ)
donc (d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles.



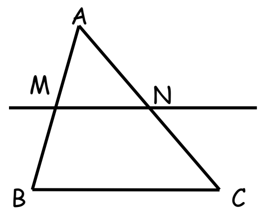
- **Utiliser un parallélogramme**

ABCD est un parallélogramme
(ou un rectangle ou un losange
ou un carré)
donc ses côtés opposés [AB]
et [DC], ainsi que [AD] et [BC],
sont parallèles.



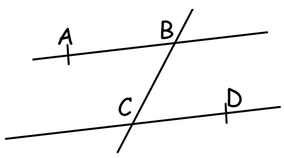
- **Appliquer le théorème des milieux**

Dans le triangle ABC,
(MN) passe par les milieux M
et N des côtés [AB] et [AC]
donc (MN) est parallèle au
troisième côté [BC].

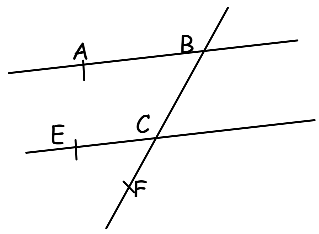


- **Utiliser une sécante**

$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont deux angles alternes-internes formés par les deux droites (AB) et (CD) et la sécante (BC) et $\widehat{ABC} = \widehat{BCD}$
donc (AB) // (CD).



$\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECF}$ sont deux angles correspondants formés par les deux droites (AB) et (EC) et la sécante (BC) et $\widehat{ABC} = \widehat{ECF}$
donc (AB) // (EC).



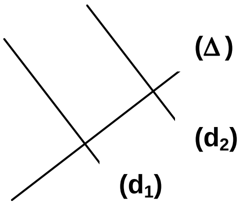
Deux droites sont perpendiculaires ou un angle est droit

- **Utiliser trois droites**

$(d_1) // (d_2)$ et $(d_1) \perp (\Delta)$
donc $(d_2) \perp (\Delta)$

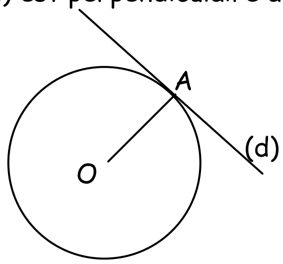
Ou :

(d_1) et (d_2) sont parallèles
et (Δ) est perpendiculaire à (d_1)
donc (Δ) est perpendiculaire à (d_2)



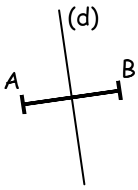
- **Utiliser une tangente à un cercle**

La droite (d) est tangente au cercle de centre O au point A
donc (d) est perpendiculaire à (OA).



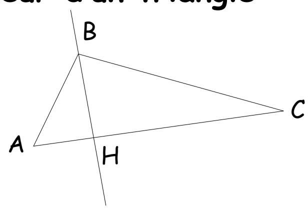
- **Utiliser une médiatrice**

(d) est la médiatrice de [AB]
donc (d) $\perp$ [AB].



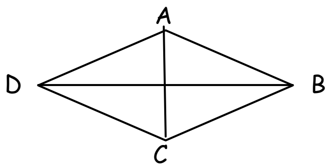
- **Utiliser une hauteur d'un triangle**

(BH) est la hauteur issue de B dans le triangle ABC
donc (BH) $\perp$ (AC).



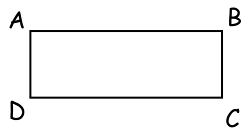
- **Utiliser un losange**

ABCD est un losange
donc ses diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires.



- **Utiliser un rectangle**

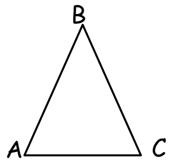
ABCD est un rectangle
donc ses quatre angles sont droits.
Par conséquent : (AB) $\perp$(AD).



Un triangle est isocèle

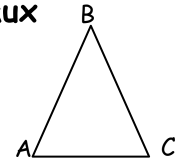
- **Utiliser deux côtés égaux**

BA=BC
donc le triangle ABC est isocèle en B



- **Utiliser deux angles égaux**

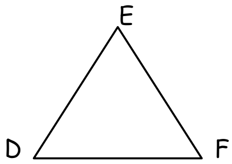
$\widehat{BAC}=\widehat{ACB}$
donc le triangle ABC est isocèle en B.



Un triangle est équilatéral

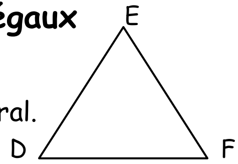
- **Utiliser trois côtés égaux**

DE=EF=FD
donc le triangle DEF est équilatéral.



- **Utiliser des angles égaux**

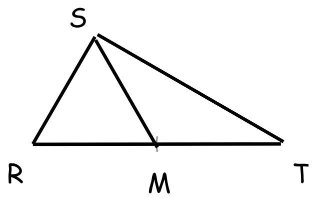
$\widehat{DEF}=\widehat{EFD}=\widehat{FDE}=60°$
donc le triangle DEF est équilatéral.



Un triangle est rectangle

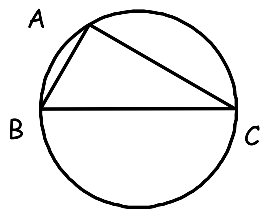
- **Utiliser des distances égales**

La longueur SM de la médiane issue de S est égale à la moitié du côté [RT]
donc le triangle SRT est rectangle en S.



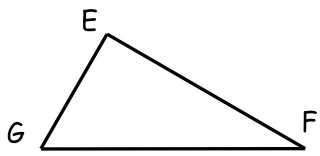
- **Utiliser un cercle**

A appartient au cercle de diamètre [BC]
donc ABC est rectangle en A.



- **Utiliser des distances**

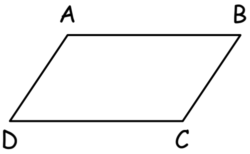
D'une part : [FG] est le côté le plus long et $FG^2 = 5^2 = 25$
D'autre part : $EG^2 + EF^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
Donc $FG^2 = EG^2 + EF^2$
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle EFG est rectangle en E.



Un quadrilatère est un parallélogramme

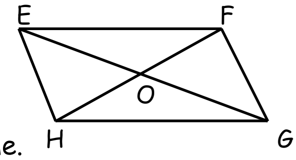
- **Utiliser des côtés parallèles**

ABCD a ses côtés opposés [AB] et [CD], [BC] et [AD], deux à deux parallèles
donc ABCD est un parallélogramme.



- **Utiliser le milieu commun de deux segments**

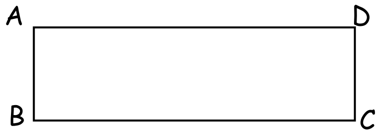
EFGH a ses diagonales [EG] et [FH] qui se coupent en leur milieu O
donc EFGH est un parallélogramme.



Un quadrilatère est un rectangle

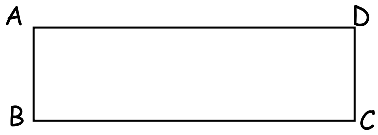
- **Utiliser des angles droits**

ABCD a trois angles droits
donc ABCD est un rectangle.



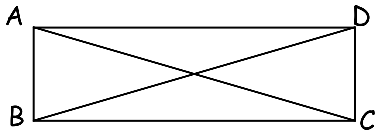
- **Utiliser un parallélogramme et un angle droit**

ABCD est un parallélogramme
et ABCD a un angle droit
donc ABCD est un rectangle.



- **Utiliser les diagonales d'un parallélogramme**

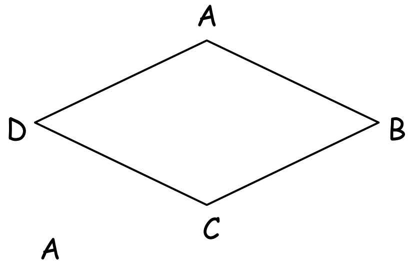
ABCD est un parallélogramme
et ses diagonales [AC] et [BD] ont la même longueur
donc ABCD est un rectangle.



Un quadrilatère est un losange

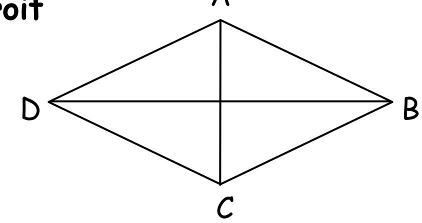
- **Utiliser des distances égales**

ABCD a ses quatre côtés égaux AB=BC=CD=DA
donc ABCD est un losange.



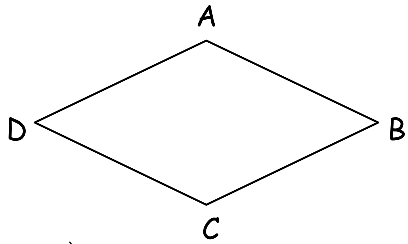
- **Utiliser un parallélogramme et un angle droit**

ABCD est un parallélogramme
et ses diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires
donc ABCD est un losange.



- **Utiliser un parallélogramme et des distances égales**

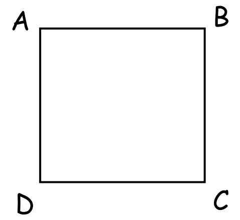
ABCD est un parallélogramme
et il a deux côtés consécutifs [AD] et [DC] de la même longueur
donc ABCD est un losange.



Un quadrilatère est un carré

- **Utiliser un rectangle et un losange**

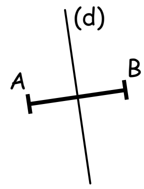
ABCD est un losange et un rectangle
donc ABCD est un carré.



Une droite est une médiatrice

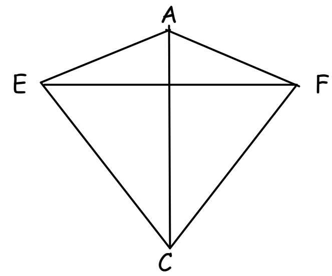
- **Utiliser une droite perpendiculaire et un milieu**

(d) est perpendiculaire à (AB)
et (d) coupe le segment [AB] en son milieu I
donc (d) est la médiatrice du segment [AB].



- **Utiliser des distances égales**

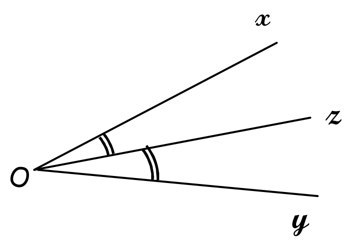
AE=AF donc A appartient à la médiatrice de [EF].
CE=CF donc C appartient à la médiatrice de [EF].
Par conséquent la droite (AC) est la médiatrice du segment [EF].



Une droite est une bissectrice

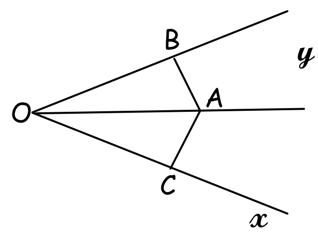
- **Utiliser des angles de même mesure**

(Oz) partage $\widehat{xOy}$ en deux angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$ de la même mesure
donc (Oz) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$.



- **Utiliser des distances égales**

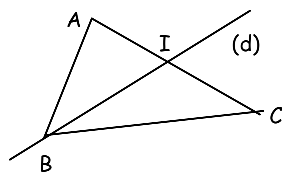
A est équidistant des deux côtés (Ox) et (Oy) de $\widehat{xOy}$
donc A appartient à la bissectrice de $\widehat{xOy}$.
Par conséquent, (OA) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$.



Une droite est une médiane

- **Utiliser la définition**

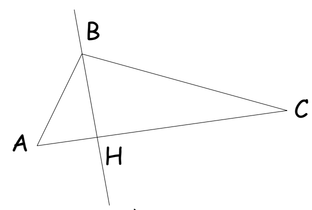
Dans le triangle ABC,
la droite (BI) passe par le sommet B et par le milieu I du côté opposé [AC]
donc (BI) est la médiane issue de B dans le triangle ABC.



Une droite est une hauteur

- **Utiliser la définition**

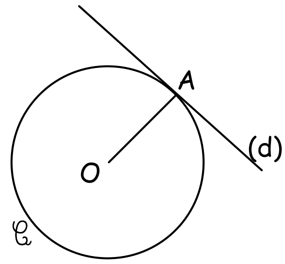
Dans le triangle ABC,
(BH) passe par le sommet B et est perpendiculaire au côté opposé [AC]
donc (BH) est la hauteur issue de B dans le triangle ABC.



Une droite est une tangente à un cercle

- **Utiliser des droites perpendiculaires**

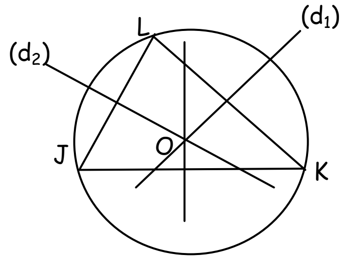
(d) passe par un point A d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O
et (d) est perpendiculaire à la droite (OA)
donc (d) est tangente au cercle $\mathscr{C}$ en A.



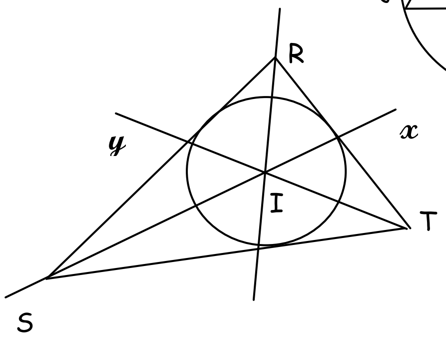
Une droite est remarquable dans un triangle

- **Utiliser un triangle quelconque et deux droites remarquables**

a) Dans le triangle JKL,
deux médiatrices (d_1) et (d_2) se coupent en O
donc la 3ème médiatrice passe aussi par O.



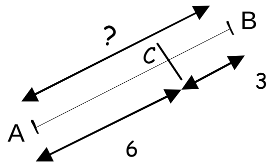
b) Dans le triangle RST,
deux bissectrices $(S\mathscr{x})$ et $(T\mathscr{y})$ se coupent en un point I
donc la 3ème bissectrice passe aussi par I.
Par conséquent, (RI) est la 3ème bissectrice.



Calculer une distance

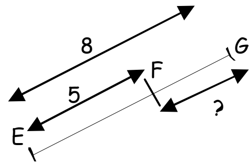
- **Somme de deux distances**

$C \in [AB]$
Donc AB = AC + CB
AB = 6 + 3
AB = 9



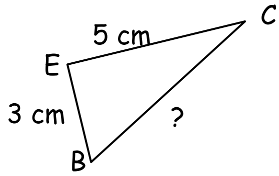
- **Différence de deux distances**

Les points E, F, G sont alignés dans cet ordre
donc FG = EG - EF
FG = 8 – 5
FG = 3

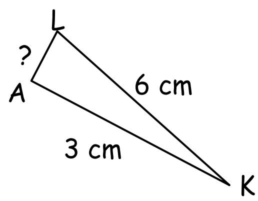


- **Appliquer le théorème de Pythagore**

BEC est rectangle en E
donc, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = EB^2 + EC^2$



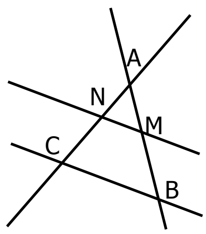
LAK est rectangle en A
donc d'après le théorème de Pythagore :
$KL^2 = AK^2 + AL^2$

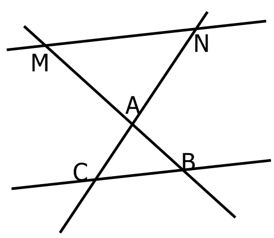


- **Appliquer le théorème de Thalès**

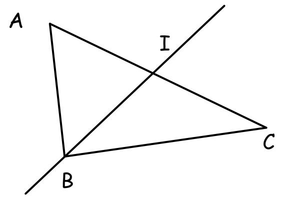
Les triangles ABC et AMN sont tels que
• les points A, B, M sont alignés
• les points A, C, N sont alignés
• les droites (MN) et (CB) sont parallèles
donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{CB}$$





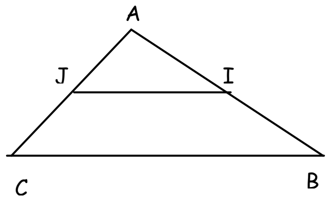
- **Utiliser un triangle rectangle**



Dans ABC rectangle en B,
[BI] est la médiane issue de B
donc BI est égale à la moitié de l'hypoténuse [AC].

- **Utiliser le segment des milieux**

Dans le triangle ABC,
[IJ] a pour extrémités les milieux
I et J des côtés [AB] et [AC]
donc IJ= BC:2.



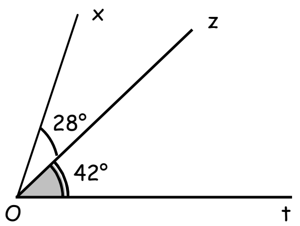
Calculer un angle

- **Somme de deux angles**

$\widehat{xOt} = \widehat{xOz} + \widehat{zOt}$

$\widehat{xOt} = 28 + 42$

$\widehat{xOt} = 70°$

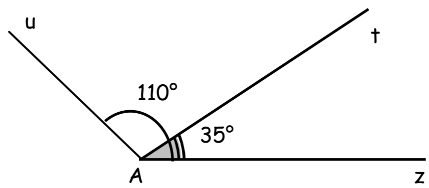


- **Différence de deux angles**

$\widehat{uAt} = \widehat{uAz} - \widehat{tAz}$

$\widehat{uAt} = 110 - 35$

$\widehat{uAt} = 75°$



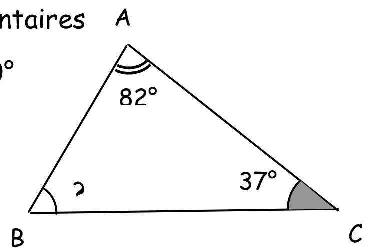
- **Utiliser un triangle quelconque**

Dans le triangle ABC,
tous les angles sont supplémentaires

donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = 180°$

$\widehat{ABC} + 37 + 82 = 180°$

donc $\widehat{ABC} = 180 - (82 + 37)$



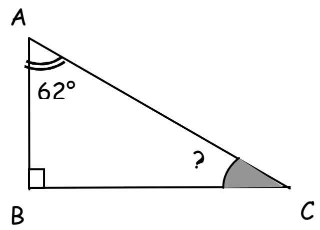
- **Utiliser un triangle rectangle**

ABC est rectangle en B

Donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$

$\widehat{ABC} + 62 = 90°$

donc $\widehat{ABC} = 90 - 62$



- **Utiliser un triangle isocèle**

Le triangle ABC est isocèle en A

donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

et comme tous ses angles sont supplémentaires

$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = 180°$

$2\,\widehat{ABC} + 112 = 180°$

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \dfrac{180 - 112}{2}$